© Copyright by ZamKor
P. Sagnowski i Wspólnicy spółka jawna
ul. Tetmajera 19, 31-352 Kraków
tel. +48 12 623 25 00
faks +48 12 623 25 24

e-mail: zamkor@zamkor.pl
adres serwisu: www.zamkor.pl

ZamKor wspólny cel...

O maturze z fizyki 2008

Marek Godlewski, Barbara Sagnowska, Jadwiga Salach

Jak co roku, po egzaminie maturalnym CKE opublikowała rozwiązania zadań maturalnych (www.cke.edu.pl). Zarówno nauczyciele, jak i uczniowie, którzy zdawali egzamin dojrzałości w bieżącym roku, a także ci, którzy dopiero przygotowują się do matury, czekają na owe rozwiązania z wielką niecierpliwością. CKE zastrzega, że opublikowanych rozwiązań nie należy uważać za wzorcowe, ale faktem jest, że funkcjonują one wśród uczniów i nauczycieli bardzo długo i wbrew intencjom CKE tak właśnie są traktowane. Drukują je i kopiują nie tylko maturzyści, ale także młodsze pokolenie uczniów i studenci – przyszli nauczyciele. Mają oni silną motywację do dogłębnego analizowania tych rozwiązań, które niejednokrotnie są uznawane przez nich za wzorcowe. Z tego powodu publikowane przez CKE rozwiązania zadań mogłyby pełnić bardzo pozytywną funkcję dydaktyczną. Niestety zawierają one same rachunki bez przedstawienia rozumowania prowadzącego do ostatecznego wyniku. Nie tylko utrudnia to zrozumienie opublikowanych rozwiązań, ale może powodować utrwalenie wśród uczniów złych nawyków podawania w rozwiązaniach jedynie wyników końcowych i ewentualnie niektórych wzorów i rachunków. Przedstawienie przez rozwiązującego zadanie ucznia rozumowania, które pozwoliło mu dojść do wyniku, jest niezbędne, by można było ocenić, czy rozumie on zjawiska, których zadanie dotyczy.

W przyszłości należałoby więc publikować pełne, starannie opracowane rozwiązania zadań maturalnych, by pozytywnie wykorzystać ogromny potencjał dydaktyczny, jaki jest zawarty w takich wzorcowych rozwiązaniach.

Poniżej przedstawiamy kilka uwag dotyczących tegorocznych zadań maturalnych i ich rozwiązań. Choć ze względu na cykl wydawniczy czasopisma artykuł ukazuje się parę miesięcy po maturze, pisany był „na gorąco", zaraz po opublikowaniu zadań i ich przykładowych rozwiązań przez Centralną Komisję Egzaminacyjną. Mamy nadzieję, że przyczyni się do poprawy jakości egzaminu maturalnego z fizyki.

Poziom podstawowy

Zadania na poziomie podstawowym są zasadniczo ciekawe. W niektórych występują jedynie drobne usterki w sformułowaniach, np.:

Zad. 12.

- Zamiast „wyznaczyć" lepiej byłoby użyć słowa „obliczyć".
- Słowo „droga" zostało użyte w dwóch znaczeniach (wielkość fizyczna i szosa). Warto unikać stosowania podwójnych znaczeń wyrazu w obrębie jednego zadania.
- Skoro samochód „hamuje ruchem jednostajnie opóźnionym", to niepotrzebna jest informacja, że siła hamowania jest stała. Ponadto, samo sformułowanie „hamuje ruchem" jest językowo i logicznie niepoprawne. Czy można hamować ruchem?

Zad. 17.

- Niepotrzebne jest założenie, że wartość prędkości początkowej elektronu jest znikomo mała.

Data utworzenia: 2008-11-17

- W większości polskich podręczników fizyki nie używa się już pojęcia masy spoczynkowej (oznaczanej dawniej symbolem m_0), co jest zgodne ze współczesną interpretacją pojęcia masy w fizyce relatywistycznej. Oznaczenie w rozwiązaniu masy symbolem m_0 może być więc dla ucznia mylące. Raczej należało oznaczyć masę symbolem *m*.

Pozytywnie należy ocenić fakt, że Autorzy nie zapisują jednostek wielkości fizycznych w nawiasach kwadratowych.

Niestety, rozwiązania trzech zadań (12, 13.2 i 14.1) zawierają poważne usterki.

Zad. 12.

Zmiana energii kinetycznej samochodu jest równa $-\frac{mv^2}{2}$ (gdyż początkowa energia kinetyczna wynosi $\frac{mv^2}{2}$, a końcowa 0), a nie, $\frac{mv^2}{2}$ jak podano w rozwiązaniu. Praca siły tarcia jest równa $-F \cdot s$, (a nie $F \cdot s$, jak podano w rozwiązaniu zadania), gdyż kąt między siłą tarcia (oporu) a przemieszczeniem jest równy 180°. Powinno więc być tak:

$$\Delta E_k = W \qquad (W \text{ – praca siły tarcia})$$

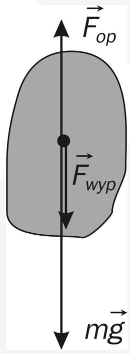
$$0 - \frac{mv^2}{2} = F \cdot s \cdot (-1) \qquad (F \text{ – wartość siły hamowania})$$

$$\text{stąd} \qquad \frac{mv^2}{2} = F \cdot s$$

Ponieważ $F = \mu_k mg$, więc $\frac{mv^2}{2} = \mu_k mgs$.

Po przekształceniu otrzymujemy ostatecznie $v = \sqrt{2\mu_k sg}$.

Zad. 13.2.



W rozwiązaniu użyto bardzo niefortunnie symbolu Δa. Takie jego użycie sugeruje uczniowi, że wartość *a* przyspieszenia zmienia się podczas ruchu. W tym zadaniu przyspieszenie jest jednak stałe. Także rozpoczęcie rozwiązywania od zapisania wzoru $F_{op} = m \cdot \Delta a$ nie ma uzasadnienia w toku rozumowania, które uczeń musi wykonać, analizując treść zadania. Wyżej wymienione usterki utrudniają zrozumienie rozwiązania. Przykładowe rozwiązanie może wyglądać tak:

Korzystamy z drugiej zasady dynamiki: $ma = F_{wyp}$

© Copyright by ZamKor
P. Sagnowski i Wspólnicy spółka jawna
ul. Tetmajera 19, 31-352 Kraków
tel. +48 12 623 25 00
faks +48 12 623 25 24

e-mail: zamkor@zamkor.pl
adres serwisu: www.zamkor.pl

Na spadający element działa siła wypadkowa o wartości $F_{wyp} = mg - F_{op}$

więc: $ma = mg - F_{op}$

stąd $F_{op} = mg - ma = m(g - a)$.

Ponieważ $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{v}{t}$ (bo $v_0 = 0$)

otrzymujemy $F_{op} = m\left(g - \frac{v}{t}\right)$

Podstawienie wartości liczbowych prowadzi do ostatecznego wyniku $F_{op} = 1{,}8\ \mathrm{N}$.

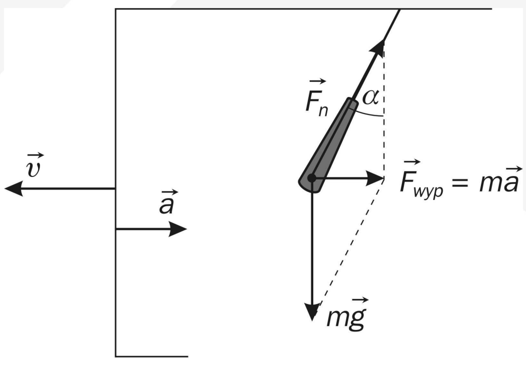
Zad. 14.1.

Przedstawiona przez CKE odpowiedź zawiera dwie usterki:

1) Nie zaznaczono na rysunku ani nie napisano w zadaniu, że tramwaj porusza się w lewo. Wtedy przyspieszenie tramwaju jest zwrócone w prawo (bo ruch jest opóźniony). Tylko wówczas siła bezwładności, działająca na uchwyt w układzie nieinercjalnym, będzie zwrócona w lewo (tak jak na rysunku podanym w odpowiedzi).

2) Nie zaznaczono, że jest to jedno z możliwych rozwiązań, które przedstawia układ sił działających na uchwyt w układzie nieinercjalnym związanym z hamującym tramwajem.

Zadanie można rozwiązać także w układzie inercjalnym związanym z podłożem (torami). W tym układzie uchwyt posiada takie samo przyspieszenie jak tramwaj. Na uchwyt działa wypadkowa dwóch sił: $m\vec{g}$ i $\vec{F}_n$. Aby pojawiła się potrzebna do nadania takiego przyspieszenia siła wypadkowa, uchwyt musi odchylić się od pionu o odpowiedni kąt α.



m - masa uchwytu

Nie można mieć więc pewności, że zdający rozumie poprawnie opisywane zjawisko, jeśli odpowiedź pozbawiona jest komentarza.

Data utworzenia:
2008-11-17

© Copyright by ZamKor
P. Sagnowski i Wspólnicy spółka jawna
ul. Tetmajera 19, 31-352 Kraków
tel. +48 12 623 25 00
faks +48 12 623 25 24
e-mail: zamkor@zamkor.pl
adres serwisu: www.zamkor.pl

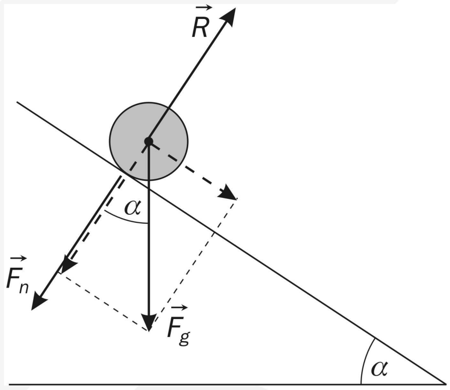
Poziom rozszerzony

Opublikowane rozwiązania zadań 1. i 3. zawierają błędy. Ponadto zadanie 1., choć merytorycznie poprawne, może wnikliwemu uczniowi nasunąć wątpliwości: jaki charakter ma występująca w części 1.4 „siła oporu”? Czy jest to siła tarcia tocznego? Gdzie jest siła oporu przyłożona? itd.

Zad. 1. Beczka

1.1. Na podanym w rozwiązaniu rysunku nad symbolem $\vec{F}_g$ nie ma strzałki (tak jak w temacie).

1.2. Wartość $\vec{F}_n$ siły nacisku beczki na równię obliczono poprawnie. Szkoda jednak, że nie zamieszczono rysunku przedstawiającego siły, o których mowa w rozwiązaniu lub komentarza słownego dla uzasadnienia, że obliczona wartość $\vec{F}_n$ jest równa wartości składowej (prostopadłej do powierzchni równi) siły ciężkości (patrz rysunek obok).



1.3. Obliczenie wartości prędkości środka beczki u podstawy równi na podstawie zasady zachowania energii mechanicznej jest poprawne. Jednakże bardzo wskazany byłby komentarz wyjaśniający, w którym miejscu korzysta się z faktu, że beczka toczy się bez poślizgu (tylko wtedy zachodzi związek: $v = \omega r$, w którym v jest szybkością ruchu postępowego beczki, a ω – szybkością kątową jej ruchu obrotowego).
Użyte w poleceniu wyrażenie: „prędkość liniowa beczki” może być dla części uczniów niezrozumiałe. Jest to prędkość końcowa beczki w jej ruchu postępowym wzdłuż równi (lub prędkość końcowa środka beczki w tym ruchu).

1.4. Rozwiązanie zadania, choć prowadzi do poprawnego wyniku, budzi jednak poważne wątpliwości. Przede wszystkim autorzy podają jedynie wzór końcowy $F = mgh$. Nie wskazują żadnej drogi rozumowania, której efektem jest powyższy wynik.

Autorzy nie podają także, że w rozwiązaniu faktycznie korzystają z wyniku zadania 1.3. Taki sposób rozwiązania oraz wymaganie zastosowania wzoru $mgh = Fs$ wykraczają poza postawione pytanie. W zadaniu podano wartość prędkości ruchu postępowego beczki na początku jej ruchu po poziomej powierzchni. Korzystanie z rozwiązania poprzedniego zadania nie jest więc konieczne. Treść polecenia 1.4 sugeruje wręcz rozważenie <u>tylko</u> ruchu po powierzchni poziomej. W takim przypadku przykładowe rozwiązanie może wyglądać tak:

Data utworzenia:
2008-11-17

© Copyright by ZamKor
P. Sagnowski i Wspólnicy spółka jawna
ul. Tetmajera 19, 31-352 Kraków
tel. +48 12 623 25 00
faks +48 12 623 25 24
e-mail: zamkor@zamkor.pl
adres serwisu: www.zamkor.pl

Zmiana energii kinetycznej beczki w ruchu po poziomej powierzchni $0-\left(\frac{mv^2}{2}+\frac{I\omega^2}{2}\right)$ jest równa pracy siły wypadkowej (siły oporu) $F\cdot s\cdot(-1)$:

$$0-\left(\frac{mv^2}{2}+\frac{I\omega^2}{2}\right)=F\cdot s\cdot(-1)$$

Z powyższego wzoru, po pomnożeniu obu stron przez –1, otrzymujemy:

$$\frac{mv^2}{2}+\frac{I\omega^2}{2}=Fs$$

Podstawiając $\omega=\frac{v}{r}$, $I=\frac{1}{2}mr^2$, otrzymujemy $s=\frac{3mv^2}{4F}$.

Wstawienie podanej w zadaniu wartości liczbowej $v=3,65\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ prowadzi do ostatecznego wyniku: s = 20 m.

Na podstawie przedstawionego rozumowania możemy sądzić, że zadanie nie jest trudne, a jego rozwiązanie nie wymaga wiele czasu. Jednakże wnikliwy uczeń może mieć wątpliwości, jaki charakter ma siła oporu (czy chodzi o siłę tarcia tocznego?) i gdzie jest przyłożona (czy w środku beczki?). Do zahamowania toczącego się ciała konieczny jest moment siły. Działanie wyłącznie siły $\vec{F}$ przyłożonej w środku beczki do tego nie wystarcza, gdyż jej moment względem osi obrotu jest równy zeru. Czy wobec tego $\vec{F}$ jest jedyną wykonującą pracę siłą, spośród sił działających na beczkę? Chociaż poniższy rachunek pokazuje, że przedstawiony wynik jest jednak poprawny, wątpliwości związane ze zrozumieniem przebiegu zjawiska mogą spowodować utratę cennego uczniowskiego czasu podczas egzaminu.

Ruch obrotowy toczącej się bez poślizgu beczki, tak jak jej ruch postępowy, jest ruchem opóźnionym. Możliwe jest to dzięki sile tarcia statycznego, działającej na beczkę w punkcie jej zetknięcia z podłożem. Siła ta zwrócona jest wzdłuż równi, zgodnie z prędkością ruchu postępowego beczki. Napiszmy więc równania ruchu beczki:

równanie ruchu obrotowego beczki: $F_t\cdot r=\frac{1}{2}mr^2\cdot\varepsilon$

równanie jej ruchu postępowego: $F-F_t=ma$

Jeśli nie ma poślizgu, to $\varepsilon=\frac{a}{r}$. Z pierwszego równania otrzymujemy więc $F_t=\frac{1}{2}ma$, wstawiamy do drugiego równania, skąd dostajemy: $F-\frac{1}{2}ma=ma$, czyli $F=\frac{3}{2}ma$, a po przekształceniu $a=\frac{2F}{3m}$.

Data utworzenia:
2008-11-17

Beczka porusza się ruchem jednostajnie opóźnionym, więc:

$$s_{\max} = \frac{v_0^2}{2a}$$

Po uwzględnieniu, że $a = \frac{2F}{3m}$, otrzymujemy wynik ostateczny, zgodny z wynikiem zamieszczonego powyżej rozwiązania, w którym przyjęto, że pracę wykonuje tylko siła $\vec{F}$:

$$s = \frac{3mv^2}{4F}$$

Tak więc siła tarcia statycznego w opisywanym przypadku nie wykonuje pracy.

1.5. W poleceniu nie zaznaczono, że chodzi o przyspieszenie beczki staczającej się z równi.

Ta część zadania została rozwiązana **zupełnie źle**.

Przedstawione rozwiązanie oparto na nieprawdziwym założeniu, że siła tarcia statycznego między beczką a równią ma zawsze wartość maksymalną równą $\mu mg\cos\alpha$ (współczynnik tarcia μ używany w opublikowanym rozwiązaniu nie występuje w treści zadania, ale do prawidłowego rozwiązania zadania znajomość współczynnika tarcia nie jest konieczna). Gdy ruch jest bez poślizgu, siła tarcia (statycznego) ma wartość mniejszą od maksymalnej lub co najwyżej jej równą (dla kąta granicznego α_g) Jeśli $\alpha \le \alpha_g$ beczka toczy się bez poślizgu, a dla $\alpha > \alpha_g$ następuje poślizg i występuje tarcie kinetyczne (poślizgowe).

Przykładowe rozwiązanie może wyglądać następująco.

Zapiszmy i rozwiążmy układ równań opisujących ruch jednostajnie przyspieszony beczki staczającej się bez poślizgu z równi o kącie nachylenia α (równanie ruchu postępowego i równanie ruchu obrotowego beczki po uwzględnieniu zależności $\varepsilon = \frac{a}{r}$).

$$\left.\begin{aligned} mg\sin\alpha - F_t &= ma \\ F_t \cdot r &= \frac{1}{2}mr^2\frac{a}{r} \end{aligned}\right\}$$

W tym układzie równań niewiadome stanowią: a (wartość przyspieszenia beczki w ruchu postępowym) i F_t (wartość siły tarcia).

Z drugiego równania otrzymujemy $F_t = \frac{1}{2}ma$, a po wstawieniu do pierwszego:

$$mg\sin\alpha - \frac{1}{2}ma = ma$$

i po przekształceniu: $$a = \frac{2}{3}g\sin\alpha$$

Uwzględniając , że $\varepsilon = \dfrac{a}{r}$, otrzymujemy ostatecznie $\varepsilon = \dfrac{2g\sin\alpha}{3r}$.

Wartość przyspieszenia kątowego nie zależy zatem od masy beczki, nie ulegnie więc zmianie przy zastąpieniu wypełniającego beczkę gipsu cementem.

Dodatkowe uwagi:

1) Jeśli ruch podczas staczania się beczki z równi ma być bez poślizgu, to wartość siły tarcia statycznego **przy większym kącie nachylenia równi musi być większa** (większe przyspieszenie kątowe nadawane jest przez większy moment siły). Z powyższego rozwiązania otrzymujemy $F_t = \frac{1}{3}mg\sin\alpha$, podczas gdy w rozwiązaniu opublikowanym przez CKE wartość siły tarcia jest wprost proporcjonalna do $\cos\alpha$, a więc maleje wraz ze wzrostem kąta nachylenia równi.

2) W przypadku gdy kąt nachylenia równi jest już tak duży, że wartość $\vec{F}_t$ staje się równa maksymalnej wartości siły tarcia statycznego (która wynosi $F_{t\max} = \mu_s\cos\alpha$ i maleje ze wzrostem kąta α), to

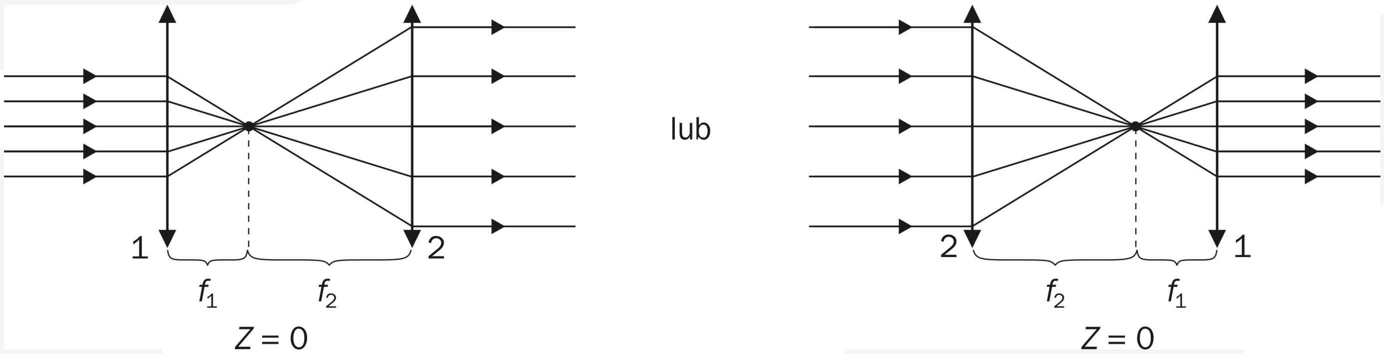
$$\frac{1}{3}mg\sin\alpha_{\max} = \mu_s mg\cos\alpha_{\max}$$

zatem $$\mathrm{tg}\alpha_{\max} = 3\mu_s$$

Dla kąta większego od $\alpha_{\max}$ zaczyna się poślizg (podczas którego występuje już tarcie kinetyczne).

Zad. 3.3. Soczewki

W informacji do zadania podano wzory pozwalające obliczyć zdolność skupiającą układu soczewek. Byłoby wskazane dla kompletności informacji zaznaczenie w tekście, że podany wzór $Z = Z_1 + Z_2 - dZ_1Z_2$ słuszny jest dla soczewek cienkich, a d jest odległością między ich środkami. Autorzy, stosując powyższy wzór, wykazują, że zdolność skupiająca układu soczewek w tym zadaniu wynosi Z = 0, i następnie wyciągają wniosek, że układ nie zmienia średnicy wiązki światła. Wniosek ten jest nieuzasadniony. Wprawdzie z faktu, że średnica wiązki równoległej nie zmienia się, wynika, iż Z = 0, **ale nie można założyć wynikania odwrotnego** (twierdzenie odwrotne do prawdziwego nie musi być prawdziwe). Jeśli $Z_1 \neq Z_2$, a $d = f_1 + f_2$, to $Z = 0$, a mimo to średnica wiązki po przejściu przez układ ulega zmianie, co ilustruje poniższy rysunek:



Średnica wiązki nie ulegnie zmianie jedynie w przypadku, gdy ogniskowe soczewek są jednakowe. I chociaż tak jest w zadaniu, to stosując tylko powyższy wzór, nie można wykazać, że średnica wiązki nie ulegnie zmianie. Można to zrobić jedynie geometrycznie, ilustrując rozwiązanie odpowiednimi rysunkami.