Matura 2008 – zadania z poziomu podstawowego
Arkusz 1

Zadania zamknięte

Zadanie 1. (1 pkt)

Ziemia pozostaje w spoczynku względem

A. Słońca. B. Księżyca.

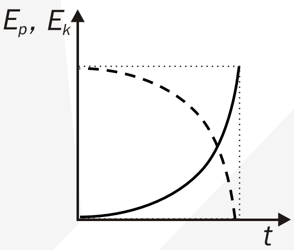
C. Galaktyki. D. Satelity stacjonarnego.

Zadanie 2. (1 pkt)

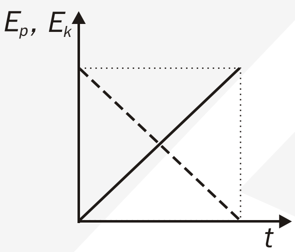
Jeżeli podczas ruchu samochodu, na prostoliniowym odcinku autostrady energia kinetyczna samochodu wzrosła 4 razy, to wartość prędkości samochodu wzrosła

A. $\sqrt{2}$ razy. B. 2 razy. C. 4 razy. D. 16 razy.

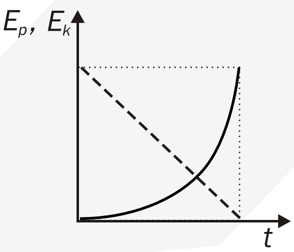
Zadanie 3. (1 pkt)



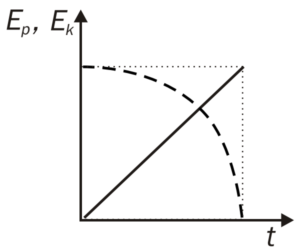
wykres 1



wykres 2



wykres 3



wykres 4

Zależność energii potencjalnej i kinetycznej od czasu podczas swobodnego spadania ciała z pewnej wysokości poprawnie przedstawiono na

A. wykresie 1. B. wykresie 2. C. wykresie 3. D. wykresie 4.

Data utworzenia:
2008-07-03

Zadanie 4. (1 pkt)

Promienie słoneczne ogrzały szczelnie zamkniętą metalową butlę z gazem. Jeżeli pominiemy rozszerzalność termiczną butli, to gaz w butli uległ przemianie

A. izobarycznej. B. izochorycznej. C. izotermicznej. D. adiabatycznej.

Zadanie 5. (1 pkt)

Unoszenie się w górę iskier nad płonącym ogniskiem w bezwietrzny dzień jest spowodowane zjawiskiem

A. dyfuzji. B. konwekcji. C. przewodnictwa. D. promieniowania.

Zadanie 6. (1 pkt)

Gdy w atomie wodoru elektron przejdzie z orbity pierwszej na drugą, to promień orbity wzrasta czterokrotnie. Wartość siły przyciągania elektrostatycznego działającej pomiędzy jądrem i elektronem zmaleje w tej sytuacji

A. 2 razy. B. 4 razy. C. 8 razy. D. 16 razy.

Zadanie 7. (1 pkt)

W cyklotronie do zakrzywiania torów naładowanych cząstek wykorzystujesię

A. stałe pole elektryczne.
B. stałe pole magnetyczne.
C. zmienne pole elektryczne.
D. zmienne pole magnetyczne.

Zadanie 8. (1 pkt)

Ziemia krąży wokół Słońca w odległości w przybliżeniu 4 razy większej niż Merkury. Korzystając z trzeciego prawa Keplera można ustalić, że okres obiegu Ziemi wokół Słońca jest w porównaniu z okresem obiegu Merkurego dłuższy około

A. 2 razy. B. 4 razy. C. 8 razy. D. 16. razy.

Zadanie 9. (1 pkt)

Jądro izotopu uległo rozpadowi promieniotwórczemu. Powstało nowe jądro zawierające o jeden proton i o jeden neutron mniej niż jądro wyjściowe. Przedstawiony powyżej opis dotyczy

A. alfa. B. gamma. C. beta plus. D. beta minus.

Zadanie 10. (1 pkt)

Przyrząd służący do uzyskiwania i obserwacji widma promieniowania elektromagnetycznego to

A. kineskop. B. mikroskop. C. oscyloskop. D. spektroskop.

Zadania otwarte

Zadanie 11. Rowerzysta (2 pkt)

Rowerzysta pokonuje drogę o długości 4 km w trzech etapach, o których informacje przedstawiono w tabeli. Przez d oznaczono całą długość drogi przebytej przez rowerzystę.

Przebyta droga		Wartość prędkości średniej w kolejnych etapach w m/s
etap I	0,25 d	10
etap II	0,50 d	5
etap III	0,25 d	10

Oblicz całkowity czas jazdy rowerzysty.

Zadanie 12. Droga hamowania (2 pkt)

Wykaż, **wykorzystując pojęcia energii i pracy**, że znając współczynnik tarcia i drogę podczas hamowania do całkowitego zatrzymania pojazdu, można wyznaczyć prędkość początkową pojazdu, który porusza się po poziomej prostej drodze.

Przyjmij, że samochód hamuje ruchem jednostajnie opóźnionym, a wartość siły hamowania jest stała.

Zadanie 13. Spadający element (5 pkt)

Fragment balkonu o masie 0,5 kg oderwał się spadł z wysokości 5 m.

W obliczeniach przyjmij, że wartość przyspieszenia ziemskiego wynosi 10 m/s^2.

13.1 (3 pkt)

Narysuj wykres zależności prędkości od czasu spadania.

Wykonaj konieczne obliczenia, pomijając opory ruchu.

Na wykresie zaznacz odpowiednie wartości liczbowe.

13.2 (2 pkt)

W rzeczywistości podczas spadania działa siła oporu i oderwany element balkonu spadał przez 1,25 s ruchem przyspieszonym, uderzając w podłoże z prędkością o wartości 8 m/s. Oblicz wartość siły oporu, przyjmując, że podczas spadania była ona stała.

Zadanie 14. Tramwaj (4 pkt)

Podczas gwałtownego awaryjnego hamowania tramwaju uchwyt do trzymania się, zamocowany pod sufitem wagonu, odchylił się od pionu o kąt 15°.

Data utworzenia:
2008-07-03

Załóż, że tramwaj poruszał się po poziomej powierzchni ruchem jednostajnie opóźnionym, prostoliniowym. W obliczeniach przyjmij, że wartość przyspieszenia ziemskiego wynosi 10 m/s^2.

sin 15° ≈ 0,26	cos 15° ≈ 0,97	tg 15° ≈ 0,27	ctg 15° ≈ 0,73
sin 75° ≈ 0,97	cos 75° ≈ 0,26	tg 75° ≈ 0,73	ctg 75° ≈ 0,27

14.1 (2 pkt)

Narysuj, oznacz i nazwij siły działające na swobodnie wiszący uchwyt podczas hamowania.

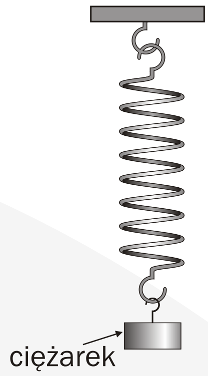
14.2 (2 pkt)

Oblicz wartość opóźnienia tramwaju podczas hamowania.

Zadanie 15. Ciężarek (4 pkt)

Metalowy ciężarek o masie 1 kg zawieszono na sprężynie jak na rysunku. Po zawieszeniu ciężarka sprężyna wydłużyła się o 0,1 m. Następnie ciężarek wprawiono w drgania w kierunku pionowym o amplitudzie 0,05 m.

W obliczeniach przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego równą 10 m/s^2, a masę sprężyny i siły oporu pomiń.



15.1 (2 pkt)

Wykaż, że wartość współczynnika sprężystości sprężyny wynosi 100 N/m.

15.2 (2 pkt)

Oblicz okres drgań ciężarka zawieszonego na sprężynie, przyjmując, że współczynnik sprężystości sprężyny jest równy 100 N/m.

Zadanie 16. Metalowa puszka (2 pkt)

Do pustej metalowej puszki po napoju, położonej tak, że może się toczyć po poziomej uziemionej metalowej płycie, zbliżamy z boku na niewielką odległość dodatnio naelektryzowaną pałeczkę. Wyjaśnij, dlaczego puszka zaczyna się toczyć. Określ, w którą stronę będzie toczyć się puszka.

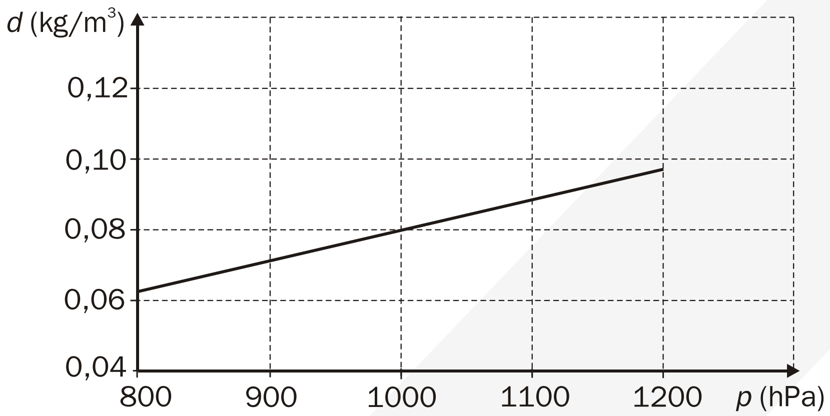
Zadanie 17. Elektron (1 pkt)

Oblicz końcową, relatywistyczną wartość pędu elektronu przyspieszonego w akceleratorze do prędkości 0,8 c. Załóż, że początkowa wartość prędkości przyspieszanego elektronu jest znikomo mała.

Data utworzenia:
2008-07-03

Zadanie 18. Przemiana izotermiczna (5 pkt)

Gaz o temperaturze 27°C poddano przemianie izotermicznej. Ciśnienie początkowe gazu wynosiło 800 hPa. Wykres przedstawia zależność gęstości gazu od jego ciśnienia dla tej przemiany. Podczas przemiany masa gazu nie ulegała zmianie.



18.1 (3 pkt)

Oblicz masę molową tego gazu.

18.2 (2 pkt)

Podaj, czy w tej przemianie objętość gazu rosła, czy malała. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 19. Soczewka (4 pkt)

Zdolność skupiająca soczewki płasko – wypukłej wykonanej z materiału o współczynniku załamania równym 2 i umieszczonej w powietrzu wynosi 2 dioptrie.

19.1 (3 pkt)

Oblicz promień krzywizny wypukłej części soczewki.

19.2 (1 pkt)

Napisz, czy ta soczewka może korygować wadę dalekowzroczności.

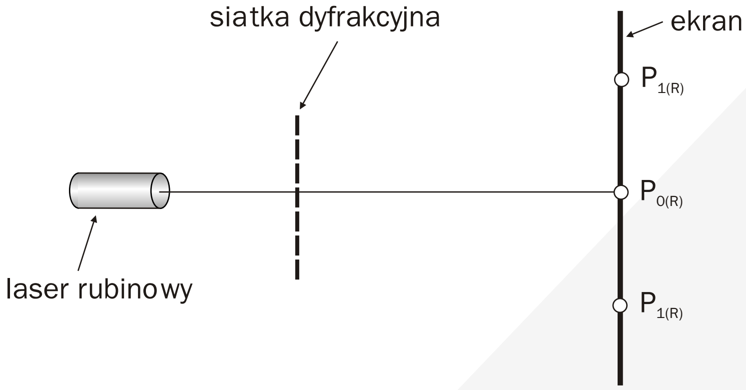
Zadanie 20. Laser (6 pkt)

W tabeli przedstawiono informacje o laserze helowo-neonowym i laserze rubinowym.

Rodzaj lasera	helowo-neonowy	rubinowy
Długość fali świetlnej emitowanej przez laser	632 nm	694 nm
Moc lasera	0,01 W	1 W

Data utworzenia: 2008-07-03

Po oświetleniu siatki dyfrakcyjnej laserem rybinowym zaobserwowano na ekranie jasne i ciemne prążki. Na rysunku (bez zachowania skali odległości) zaznaczono jasne prążki ($P_{0(R)}$, $P_{1(R)}$).



20.1 (2 pkt)

Zapisz nazwy dwóch zjawisk, które spowodowały powstanie prążków na ekranie.

20.2 (2 pkt)

Na przedstawionym powyżej rysunku zaznacz przybliżone położenia jasnych prażków $P_{0(He)}$ i $P_{1(He)}$ dla lasera helowo-neonowego. Odpowiedź uzasadnij, zapisując odpowiednie zależności.

20.3 (2 pkt)

Wykaż, zapisując odpowiednie zależności, że wartość pedu pojedynczego fotonu emitowanego przez laser helowo-neonowy jest większa od wartości pędu fotonu emitowanego przez laser rubinowy.

Zadanie 21. Rozpad promieniotwórczy (4 pkt)

Jadro uranu $\left({}_{92}U\right)$ rozpada się na jądro toru (Th) i cząstkę alfa. W tabeli podano masy atomowe uranu, toru i helu.

uran 238	238,05079 u
tor 234	234,04363 u
hel 4	4,00260 u

21.1 (2 pkt)

Zapisz, z uwzględnieniem liczb masowych i atomowych, równanie rozpadu jądra uranu.

21.2 (2 pkt)

Oblicz energię wyzwalaną podczas opisanego powyżej rozpadu jądra. Wynik podaj w MeV. W obliczeniach przyjmij, że $1\,u \Leftrightarrow 931{,}5\,MeV$.

Zadanie 22. Astronomowie (1 pkt)

Wyjaśnij, dlaczego astronomowie i kosmolodzy prowadząc obserwacje i badania obiektó we Wszechświecie, obserwują zawsze stan przeszły tych obiektów.

Matura 2008 – zadania z poziomu rozszerzonego
Arkusz 2

Zadanie 1. Beczka (12 pkt)

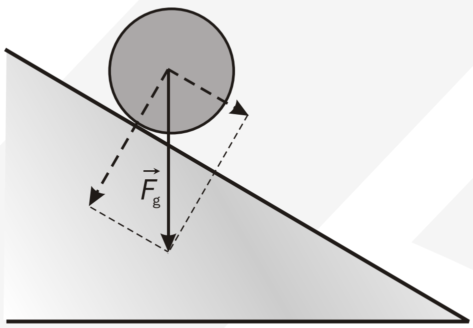
Do hurtowni chemicznej przywieziono transport blaszanych beczek z gipsem. W celu wyładowania beczek z samochodu położono pochylnię, tworząc w ten sposób równię pochyłą. Wysokość, z jakiej beczki staczały się swobodnie bez poślizgu wynosiła 100 cm. Beczki były ściśle wypełnione gipsem, który nie mógł się przemieszczać, i miały kształt walca o średnicy 40 cm. Masa gipsu wynosiła 100 kg.

W obliczeniach przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego $10\,\mathrm{m/s^2}$, a beczkę potraktuj jak jednorodny walec. Masę blachy, z której wykonano beczkę pomiń.

Moment bezwładności walca, obracającego się wokół osi prostopadłej do podstawy walca i przechodzącej przez jej środek, jest równy $I = \frac{1}{2}mr^2$.

1.1 (2 pkt)

Uzupełnij rysunek o pozostałe siły działające na beczkę podczas jej swobodnego staczania. Zapisz ich nazwy.



1.2 (2 pkt)

Oblicz wartość siły nacisku beczki na równię podczas staczania, jeżeli kąt nachylenia pochylni do poziomu wynosi 30°.

	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$
$\alpha = 30°$	0,50	0,87	0,58	1,73
$\alpha = 60°$	0,87	0,50	1,73	0,58

1.3 (4 pkt)

Wykaż, że wartość prędkości liniowej beczki po stoczeniu się z pochylni jest równa $3{,}65\,\mathrm{m/s}$.

Data utworzenia:
2008-07-03

1.4 (2 pkt)

Oblicz, korzystając ze związku pomiędzy energią i pracą, zasięg toczenia się beczki po poziomej trawiastej powierzchni. Przyjmij, że podczas toczenia się beczki po trawie działa na nią stała siła oporu o wartości 50 N, a wartość prędkości liniowej beczki po stoczeniu się z pochylni jest równa 3,65 m/s.

1.5 (2 pkt)

Wykaż, że zmiana zawartości beczki z gipsu na cement (o innej niż gips masie), również ścisle wypełniający beczkę, nie spowoduje zmiany wartości przyspieszenia kątowego, z jakim obraca się beczka wokół osi prostopadłej do podstawy beczki i przechodzącej przez jej środek.

Zadanie 2. Temperatura odczuwalna (12 pkt)

Przebywanie w mroźne dni na otwartej przestrzeni może powodować szybką utratę ciepła z organizmu, szczególnie z nieosłoniętych części ciała. Jeżeli dodatkowo wieje wiatr, wychłodzenie następuje szybciej, tak jak gdyby panowała niższa niż w rzeczywistości temperatura, zwana dalej *temperaturą odczuwalną*. W poniższej tabeli przedstawiono wartości rzeczywistych oraz odczuwalnych temperatur dla różnych wartości prędkości wiatru.

Prędkość wiatru w km/h	Rzeczywista temperatura w °C							
	−10	−15	−20	−25	−30	−35	−40	−45
	Temperatura odczuwalna w °C							
10	−15	−20	−25	−30	−35	−40	−45	−50
20	−20	−25	−35	−40	−45	−50	−55	−60
30	−25	−30	−40	−45	−50	−60	−65	−70
40	−30	−35	−45	−50	−60	−65	−70	−75
50	−35	−40	−50	−55	−65	−70	−75	−80

Na podstawie: http://www.if.pw.edu.pl/~ meteo/meteoopis.htm *oraz* www.r-p-r.co.uk

2.1 (1 pkt)

Odczytaj z tabeli i zapisz, jaką temperaturę będą odczuwać w bezwietrzny dzień uczestnicy kuligu jadącego z prędkością o wartości 20 km/h (co jest równoważne wiatrowi wiejącemu z prędkością o wartości 20 km/h), jeżeli rzeczywista temperatura powietrza wynosi −15° C.

Informacja do zadania 2.2 i 2.3

Za niebezpieczną temperaturę dla odkrytych części ludzkiego ciała uważa się temperaturę odczuwalną równą $-60°C$ i niższą.

2.2 (2 pkt)

Podaj, przy jakich **wartościach** prędkości wiatru rzeczywista temperatura powietrza równa $-30°C$ jest niebezpieczna dla odkrytych części ciała stojącego człowieka.

2.3 (2 pkt)

Analizując tabelę i **wykonując oraz zapisując konieczne obliczenia**, oszacuj minimalną wartość prędkości wiatru w temperaturze rzeczywistej równej $-40°C$, przy której odczuwalna temperatura zaczyna być niebezpieczna dla stojącego człowieka.

2.4 (5 pkt)

Naszkicuj w jednym układzie współrzędnych wykresy zależności temperatury odczuwalnej od wartości prędkości wiatru dla temperatury rzeczywistej $-15°C$ oraz $-40°C$. Oznacz oba wykresy.

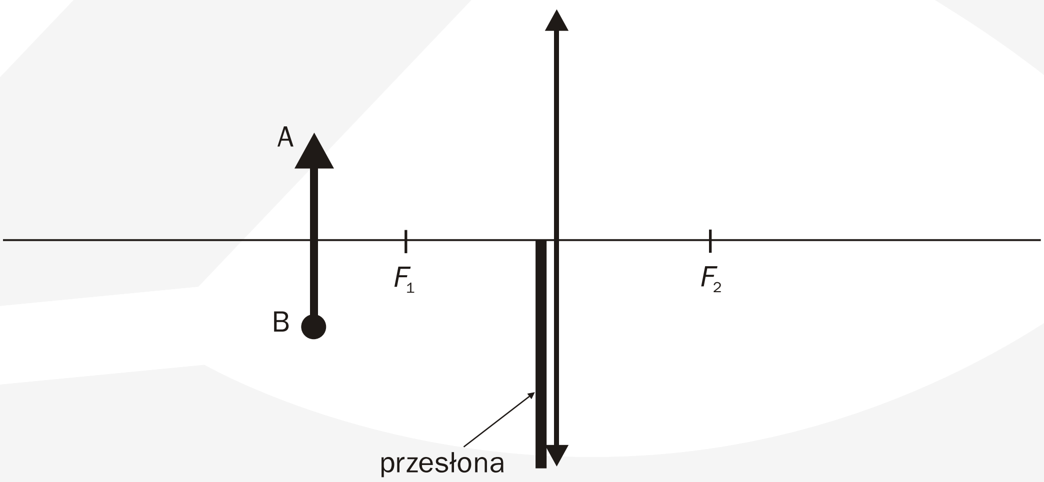
2.5 (2 pkt)

Przy braku wiatru temperatura odczuwalna może być nieco wyższa niż rzeczywista, jeśli człowiek nie wykonuje żadnych ruchów. Wyjaśnij tę pozorną sprzeczność. Uwzględnij fakt, że ludzkie ciało emituje ciepło.

Zadanie 3. Soczewki (12 pkt)

3.1 (2 pkt)

Na rysunku poniżej przedstawiono świecący przedmiot **AB** i soczewkę skupiającą, której dolną część zasłonięto nieprzezroczystą przesłoną. Uzupełnij rysunek, rysując bieg promieni pozwalający na **pełną konstrukcję** obrazu **A'B'**.



3.2 (4 pkt)

Wykaż, wykonując odpowiednie obliczenia, że przy stałej odległości przedmiotu i ekranu $l = x + y$, spełniającej warunek $l > 4f$, istnieją dwa różne położenia soczewki pozwalające uzyskać ostre obrazy.

Informacja do zadania 3.3 i 3.4

Zdolność skupiającą układu dwóch soczewek umieszczonych obok siebie można dokładnie obliczać ze wzoru

(1) $Z = Z_1 + Z_2 - d \cdot Z_1 \cdot Z_2$, gdzie d – odległość między soczewkami

Dla dwóch soczewek położonych blisko siebie można zastosować uproszczony wzór

(2) $Z = Z_1 + Z_2$

3.3 (2 pkt)

W pewnym doświadczeniu użyto dwóch jednakowych soczewek o zdolnościach skupiających równych 20 dioptrii każda i umieszczonych w odległości 10 cm od siebie.

Wykaż, że jeżeli na układ soczewek, wzdłuż głównej osi optycznej, skierowano równoległą wiązkę światła, to średnica wiązki po przejściu przez układ soczewek nie uległa zmianie.

3.4 (4 pkt)

Dwie jednakowe soczewki o zdolnościach skupiających 10 dioptrii każda umieszczono w powietrzu w odległości 1 cm od siebie.

Oszacuj bezwzględną (ΔZ) i względną $(\Delta Z / Z)$ różnicę, jaką uzyskamy, stosując do obliczenia zdolności skupiającej układu soczewek uproszczony wzór (2) zamiast wzoru (1) w opisanej sytuacji.

Zadanie 4. Żarówka (12 pkt)

Opór elektryczny pewnej żarówki w temperaturze $0°C$ wynosi $88{,}1\,\Omega$. Żarówkę dołączono do źródła prądu przemiennego o napięciu skutecznym 230 V. Podczas świecenia przez żarówkę płynął prąd o natężeniu skutecznym 261 mA, a opór włókna żarówki wskutek wzrostu temperatury wzrósł **dziesięciokrotnie**.

Opór elektryczny włókna zmienia się wraz ze wzrostem temperatury zgodnie z zależnością $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$, gdzie:

R_0 – opór w twmperaturze $0°C$,

α – temperaturowy współczynnik wzrostu oporu, dla włókna tej żarówki jest równy $5 \cdot 10^{-3}\,K^{-1}$,

ΔT – przyrost temperatury włókna żarówki.

4.1 (2 pkt)

Oblicz moc pobraną przez świecącą żarówkę.

4.2 (2 pkt)

Oblicz natężenie skuteczne prądu w żarówce podczas włączania zasilania, **gdy temperatura włókna wynosi 0° C.**

4.3 (2 pkt)

Oblicz przyrost temperatury włókna żarówki po włączeniu żarówki i rozgrzaniu się włókna.

4.4 (2 pkt)

Do włókna żarówki zbliżono biegun N silnego magnesu.

Zapisz, jak zachowa się włókno żarówki po zbliżeniu magnesu, gdy żarówka jest zasilana napięciem przemiennym, a jak, gdy jest zasilana napięciem stałym.

4.5 (2 pkt)

Oblicz długość drutu wolframowego, z którego wykonano włókno żarówki, jeśli wiadomo, że pole powierzchni przekroju poprzecznego drutu wynosi $8 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}^2$, a opór właściwy wolframu w temperaturze $0^\circ\mathrm{C}$ jest równy $5 \cdot 10^{-8}\,\Omega\mathrm{m}$.

4.6 (2 pkt)

Wyjaśnij, dlaczego temperaturowy współczynnik wzrostu oporu α dla metali ma wartość dodatnią, a dla półprzewodników ma wartość ujemną.

Zadanie 5. Asteroida Apophis *12 pkt*)

Amerykańska agencja kosmiczna (NASA) przygotowuje plany umożliwiające lądowanie na asteroidzie. NASA chce sprawdzić, czy jest możliwa zmiana kursu takiego ciała w przypadku, gdyby zmierzało ono w kierunku Ziemi. Naszej planecie może w 2029 roku zagrozić stosunkowo niewielka asteroida Apophis o masie $8 \cdot 10^{10}\,\mathrm{kg}$. Astronomowie oceniają, że asteroida mija naszą planetę w niewielkiej odległości raz na 1500 lat. Podczas jednego obiegu wokół Słońca orbita Apophis dwukrotnie przecina się z orbitą Ziemi. Najbliższe zbliżenie do Ziemi nastąpi 13 kwietnia 2029 roku. Astronomowie szacują, że wartość prędkości asteroidy względem Ziemi w momencie potencjalnego zderzenia będzie wynosiła około 13 km/s.

Asteroida Apophis	
Średnia odległość od Słońca	0,922 AU
Mimośród orbity	0,191
Peryhelium	0,746 AU
Aphelium	1,098 AU
Nachylenie orbity względem ekliptyki	3,333°
Średnica asteroidy	390 m

Na podstawie:

http://neo.jpl.nasa.gov/news146.html

http://en.wikipedia.org/wiki/99942_Apophis

5.1 (1 pkt)

Oszacuj wartość przyspieszenia grawitacyjnego na powierzchni asteroidy. W obliczeniach przyjmij, że asteroida jest jednorodną kulą.

5.2 (3 pkt)

Podaj, w którym położeniu (peryhelium czy aphelium) wartość prędkości obiegu asteroidy wokół Słońca jest najmniejsza. Odpowiedź uzasadnij, odwołując się do odpowiedniego prawa i podając jego treść.

5.3 (3 pkt)

Oszacuj okres obiegu asteroidy wokół Słońca. Wynik podaj w dniach ziemskich.
Podczas obliczeń przyjmij, że asteroida porusza się po orbicie kołowej, rok ziemski trwa 365 dni, a średnia odległość Ziemi od Słońca jest równa 1 AU ($1\ \mathrm{AU} = 15 \cdot 10^{10}$ m).

Zadanie 5.4 (2 pkt)

Wykaż, że wartość pierwszej prędkości kosmicznej dla **asteroidy Apophis** wynosi około 0,165 m/s.

Zadanie 5.5 (3 pkt)

Oblicz maksymalną energię, jaka może wydzielić się w momencie zderzenia asteroidy z powierzchnią Ziemi. Wyraź tę energię w megatonach (MT), przyjmując, że $1\ \mathrm{MT} \approx 4 \cdot 10^{15}$ J.

Data utworzenia:
2008-07-03

Matura 2008 – rozwiązania zadań z poziomu podstawowego
Arkusz 1

Zadania zamknięte

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Poprawna odpowiedź	D	B	A	B	B	D	B	C	D	D

Zadania otwarte

Zadanie 11. Rowerzysta (2 pkt)

Dane: $d = 4\,\text{km} = 4000\,\text{m}, \quad s_1 = 0{,}25\,d, \quad s_2 = 0{,}50\,d, \quad s_3 = 0{,}25\,d$

Szukane: $t = ?$

Rozwiązanie:

Czas, w którym rowerzysta przejechał I etap – t_1,

Czas, w którym rowerzysta przejechał II etap – t_2,

Czas, w którym rowerzysta przejechał I etap – t_3.

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{0{,}25\,d}{v_1}, \quad t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{0{,}50\,d}{v_2}, \quad t_3 = \frac{s_3}{v_3} = \frac{0{,}25\,d}{v_3}$$

Całkowity czas jazdy

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{0{,}25\,d}{v_1} + \frac{0{,}50\,d}{v_2} + \frac{0{,}25\,d}{v_3},$$

$$t = 0{,}25\,d \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{2}{v_2} + \frac{1}{v_3}\right),$$

$$t = 1\,\text{km} \cdot \left(\frac{1}{10}\frac{\text{s}}{\text{m}} + \frac{2}{5}\frac{\text{s}}{\text{m}} + \frac{1}{10}\frac{\text{s}}{\text{m}}\right) = 1000\,\text{m} \cdot \frac{6}{10}\frac{\text{s}}{\text{m}},$$

$$t = 600\ \text{s} = 10\ \text{min}.$$

Zadanie 12. Droga hamowania (2 pkt)

Dane: $v_k = 0, \quad \mu_k, \quad s, \quad g$

Szukane: $v_0 = ?$

Rozwiązanie:

μ_k – współczynnik tarcia kinetycznego,

s – droga hamowania,

Data utworzenia:
2008-07-03

v_0 – wartość początkowej prędkości pojazdu,

g – wartość przyspieszenia ziemskiego.

Siłę wypadkową działającą na pojazd podczas hamowania jest siła tarcia. Zmiana energii kinetycznej pojazdu równa się pracy siły wypadkowej.

$$\Delta E_k = W,$$

$$0 - \frac{mv_0^2}{2} = F_T \cdot s \cdot \cos 180°$$

$$-\frac{mv_0^2}{2} = \mu_k mgs(-1)$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \mu_k mgs$$

$$v = \sqrt{2\mu_k gs}.$$

Zadanie 13. Spadający element (5 pkt)

13.1 (3 pkt)

Dane: $m = 0{,}5\,\mathrm{kg}$, $h = 5\,\mathrm{m}$, $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$, $v_0 = 0$

Szukane: $v_k = ?$, $t = ?$

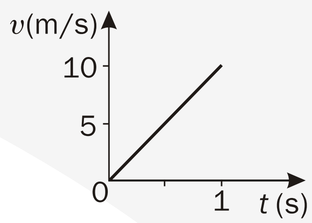
Rozwiązanie:

$v = gt$, wykres $v(t)$ jest półprostą o początku w początku układu współrzędnych.

Aby zaznaczyć na wykresie wartości liczbowe obliczam czas spadania z wysokości h:

$$h = \frac{gt^2}{2}, \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad t = \sqrt{\frac{10\,\mathrm{m}}{10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 1\,\mathrm{s};$$

$$v = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 1\,\mathrm{s} = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$



lub z zasady zachowania energii mechanicznej

$$mgh = \frac{mv^2}{2}, \; v = \sqrt{2gh}$$

$$v_k = \sqrt{2\cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 5\mathrm{m}} = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$t = \frac{v}{g}, \quad t = \frac{10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 1\,\mathrm{s}$$

Data utworzenia: 2008-07-03

13.2 (2 pkt)

Dane: $t = 1{,}25\,\mathrm{s}$, $v = 8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $v_0 = 0$, $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$

Szukane: $F_{op} = ?$

Rozwiązanie:

Jeśli siła oporu podczas spadania była stała, to siła wypadkowa działająca na element balkonu również była stała, zatem element poruszał się ruchem jednostajnie przyspieszonym.

$$\vec{F}_{op} + m\vec{g} = m\vec{a},$$

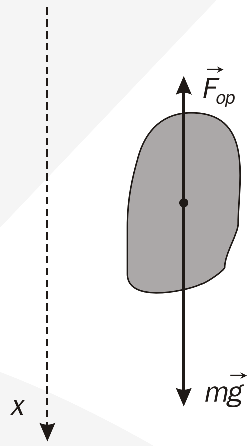
$$mg - F_{op} = ma,$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{v}{t}, \qquad mg - F_{op} = m\frac{v}{t},$$

$$F_{op} = mg - m\frac{v}{t}, \qquad F_{op} = m\left(g - \frac{v}{t}\right)$$

$$F_{op} = 0{,}5\,\mathrm{kg}\cdot\left(10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - \frac{8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1{,}25\,\mathrm{s}}\right),$$

$$F_{op} = 1{,}8\,\mathrm{N}.$$



Zadanie 14. Tramwaj (4 pkt)

Dane: $\alpha = 15°$, $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$

14.1 (2 pkt)

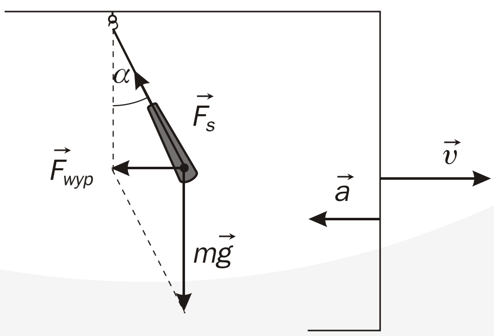
Rozwiązanie:

Załóżmy, że tramwaj poruszał się ruchem jednostajnie opóźnionym w prawo. Wówczas przyspieszenie $\vec{a}$ tramwaju było zwrócone w lewo. Ciała znajdujące się w tramwaju są względem niego w spoczynku, więc mają takie samo przyspieszenie, jak tramwaj.

Sytuacja 1

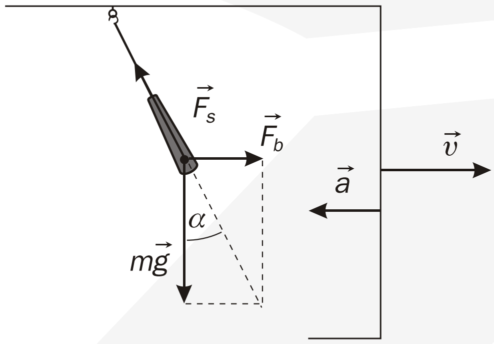
w układzie inercjalnym związanym z torami.

Uchwytowi nadaje przyspieszenie wypadkowa sił ciężkości $m\vec{g}$ i sprężystości $\vec{F}_s$.



$\vec{F}_{wyp} = m\vec{a}$
(II zasada dynamiki)

Data utworzenia:
2008-07-03



Sztuacja 2
w układzie nieinercjalnym, związanym z tramwajem.
Uchwyt pozostaje w spoczynku, więc siły działające na uchwyt równoważą się. Są to siły: ciężkości $m\vec{g}$, bezwładności $\vec{F}_b$ i sprężystości $\vec{F}_s$, przy czym $\vec{F}_b = -m\vec{a}$.

14.2 (2 pkt)

Szukane: $a = ?$
Rozwiązanie:
Z obu rysunków, wykonanych w punkcie 14.1 rozwiązania wynika, że

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{ma}{mg}, \qquad a = g \cdot \operatorname{tg}\alpha$$

$$a = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \operatorname{tg} 15^\circ = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}27$$

$$a = 2{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Zadanie 15. Ciężarek (4 pkt)

15.1 (2 pkt)

Dane: $m = 1\,\text{kg},\;\; x = 0{,}1\,\text{m},\; A = 0{,}05\,\text{m},\; g = 10\,\text{m}/\text{s}^2$

Szukane: $k = ?$
Rozwiązanie:
W położeniu równowagi siły ciężkości i sprężystości sprężyny równoważą się.

$$k|x| = mg, \qquad k = \frac{mg}{|x|}$$

$$k = \frac{1\,\text{kg} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}1\,\text{m}}, \qquad k = 100\,\frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

15.2 (2 pkt)

Dane: $k = 100\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$

Szukane: $T = ?$
Rozwiązanie:
Ogólny wzór na okres drgań w ruchu harmonicznym

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Data utworzenia:
2008-07-03

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1\,\text{kg}}{100\,\frac{\text{N}}{\text{m}}}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2}{\text{kg}\cdot\text{m}}}$$

$$T = \frac{2\pi}{10}\,\text{s}, \qquad T \approx 0{,}63\,\text{s}.$$

Zadanie 16. Metalowa puszka (2 pkt)

Rozwiązanie:

W polu elektrostatycznym dodatniego ładunku pałeczki metalowa puszka ulega naelektryzowaniu przez indukcję – bliżej pałeczki gromadzą się elektrony swobodne, a dalsza powierzchnia puszki jest naelektryzowana dodatnio (jony dodatnie metalu). Siła wypadkowa działająca na elektrony ma większą wartość od wartości siły wypadkowej działającej na jony dodatnie. W efekcie na całą puszkę działa siła wypadkowa zwrócona w stronę pałeczki. Moment tej siły powoduje toczenie się puszki w stronę pałeczki.

Zadanie 17. Elektron (1 pkt)

Dane: $\upsilon = 0{,}8c$, $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}\,\text{kg}$

Szukane: $p = ?$

Rozwiązanie:

Pęd relatywistyczny następująco zależy od prędkości ciała o masie m:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}, \qquad p = \frac{m\upsilon}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}},$$

$$p = \frac{9{,}11\cdot10^{-31}\,\text{kg}\cdot0{,}8c}{\sqrt{1-\frac{(0{,}8c)^2}{c^2}}} = \frac{9{,}11\cdot0{,}8\cdot3\cdot10^{-31}\cdot10^{8}}{\sqrt{0{,}36}}\,\text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$p = \frac{9{,}11\cdot8\cdot10^{-23}}{0{,}2}\,\text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$p \approx 3{,}64\cdot10^{-22}\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}.$$

Zadanie 18. Przemiana izotermiczna (5 pkt)

18.1 (3 pkt)

Dane: $T = t + 273 = 300\,\text{K}$, $p = 800\,\text{hPa}$

Szukane: $\mu = ?$

Rozwiązanie:

Równanie Clapeyrona: $pV = nRT$, gdzie n jest liczbą moli, którą możemy wyrazić przez masę gazu m i jego masę molową μ: $n = \frac{m}{\mu}$

$$pV = \frac{m}{\mu}RT$$

Z tego równania obliczamy masę molową μ i wyrażamy ją przez gęstość gazu d:

$$\mu = \frac{mRT}{pV}, \quad \mu = \frac{RT}{p}d$$

Z wykresu zależności $d\,(p)$ odczytujemy, że dla $p = 1000\ \text{hPa}$ $\quad d = 0{,}08\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

$$\mu = \frac{8{,}31\,\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}\cdot 300\,\text{K}\cdot 0{,}08\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1000\cdot 100\,\text{Pa}}, \qquad \mu = \frac{831\cdot 3\cdot 0{,}08}{10^5}\,\frac{\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{kg}}{\text{mol}\cdot\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\cdot\text{m}^3}, \qquad \mu \approx 2\cdot 10^{-3}\,\frac{\text{kg}}{\text{mol}}.$$

18.2 (2 pkt)

Rozwiązanie:

W tej przemianie objętość gazu malała. Z wykresu wynika, że podczas przemiany gęstość gazu rosła. Ponieważ masa gazu jest stała, z zależności $\rho = \frac{m}{V}$ wynika, że objętość gazu malała.

Zadanie 19. Soczewka (4 pkt)

19.1 (3 pkt)

Dane: $n = 2$, $Z = 2\,\text{D}$

Szukane: $r = ?$

Rozwiązanie:

Ogniskowa soczewki zależy od współczynnika załamania materiału, z którego jest wykonana (względem otoczenia) i od promieni krzywizn obu jej powierzchni:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), \qquad \frac{1}{r} \text{ dla powierzchni płaskiej jest równe zeru.}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{(n-1)}{r}, \qquad r = f(n-1), \text{ gdzie } f = \frac{1}{Z}$$

$$r=\frac{(n-1)}{Z},\qquad r=\frac{2-1}{2\frac{1}{\mathrm{m}}},$$

$$r = 0{,}5\,\mathrm{m}.$$

19.2 (1 pkt)

Rozwiązanie:

Soczewka ta może korygować wadę dalekowzroczności, bo jej zdolność skupiająca jest dodatnia.

Zadanie 20. Laser (6 pkt)

Długość fali światła emitowanego przez laser helowo – neonowy $\lambda_1 = 632\,\mathrm{nm}$,

Długość fali światła emitowanego przez laser rubinowy $\lambda_2 = 694\,\mathrm{nm}$

20.1 (2 pkt)

Rozwiazanie:

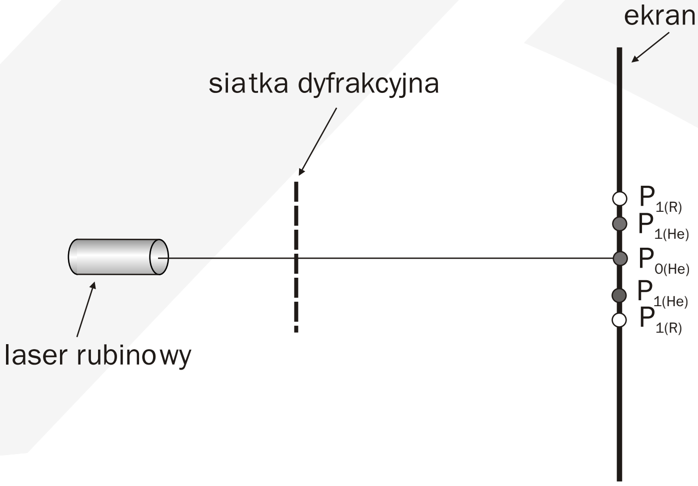
Jasne prążki na ekranie powstają na skutek dwóch zjawisk: ugięcia światła laserowego na szczelinach i interferencji.

20.2 (2 pkt)

Rozwiazanie:

Dla prążków I rzędu:

$\lambda = a\cdot\sin\alpha$ (a –stała siatki, α –tzw. kąt ugięcia)



Jeśli $\lambda_1 < \lambda_2$, to $\sin\alpha_1 < \sin\alpha_2$, więc $\alpha_1 < \alpha_2$ (bo α_1, α_2 zawarte są w granicach od 0 do $\frac{\pi}{2}$).

Data utworzenia:
2008-07-03

20.3 (2 pkt)

Rozwiązanie:

$p = \frac{h}{\lambda}$, gdzie h jest stałą Plancka, p jest odrotnie proporcjonalne do λ, więc laser helowo – neonowy emituje fotony, których wartość pędu jest większa w porównaniu z wartością pędu fotonów emitowanych przez laser rubinowy.

Zadanie 21. Rozpad promieniotwórczy (4 pkt)

21.1 (2 pkt)

Rozwiązanie:

$$^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{234}_{90}\mathrm{Th} \quad (\text{lub } ^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{234}_{90}\mathrm{Th})$$

21.2 (2 pkt)

Dane: $1\mathrm{u} = 931{,}5\,\mathrm{MeV}$

Szukane: $E = ?$

Rozwiązanie:

$$\Delta m = m_{^{238}\mathrm{U}} - \left(m_{^{234}\mathrm{Th}} + m_{^{4}\mathrm{He}}\right),$$

$$\Delta m = 238{,}05079\,\mathrm{u} - (234{,}04363\,\mathrm{u} + 4{,}00260\,\mathrm{u}) = 0{,}00456\,\mathrm{u},$$

$$E = \Delta mc^2,$$

$$E = 0{,}00456 \cdot 931{,}5\,\mathrm{MeV},$$

$$E = 4{,}25\,\mathrm{MeV}.$$

Zadanie 22. Astronomowie (1 pkt)

Rozwiązanie:

Istota tego faktu tkwi w skończonej wartości szybkości rozchodzenia się informacji. Astronomowie obserwując obiekty we Wszechświecie widzą je takimi, jakimi były w przeszłości. Jeśli obiekt w chwili wysyłania światła znajdował się w odległości r od obserwatora, to obserwator widzi jego stan z chwili wcześniejszej o $t = \frac{r}{c}$.

Data utworzenia:
2008-07-03

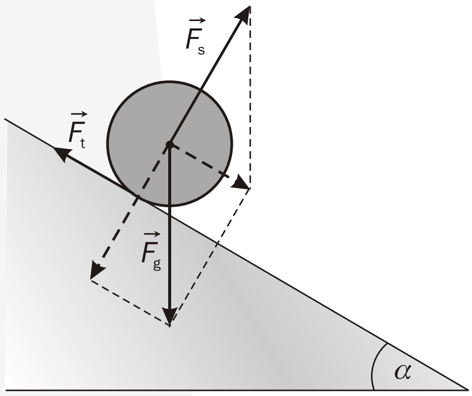
Matura 2008 – rozwiązania zadań z poziomu rozszerzonego
Arkusz 2

Zadanie 1. Beczka (12 pkt)

Dane: $h = 100\,\text{cm}$, $2r = 40$ cm, $m = 100\,\text{kg}$, $g = 10\,\text{m}/\text{s}^2$, $I = \frac{1}{2}mr^2$

1.1 (2 pkt)

Rozwiązanie:



$\vec{F}_s$ – siła sprężystości podłoża,

$\vec{F}_t$ – siła tarcia statycznego

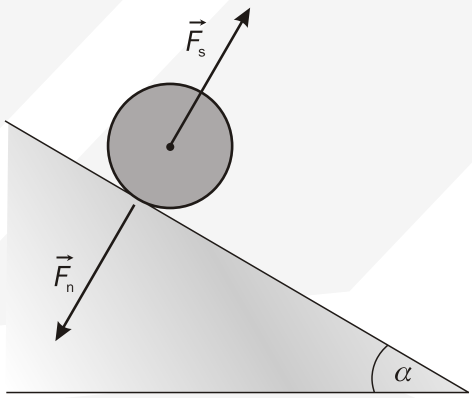
(Na toczącą się beczkę działają 3 siły: $\vec{F}_g = m\vec{g}$, $\vec{F}_s$ i $\vec{F}_t$).

1.2 (2 pkt)

Dane: $\alpha = 30°$

Szukane: $F_n = ?$

Rozwiązanie:



Równia działa na beczkę siłą $\vec{F}_s$, która jest reakcją na nacisk beczki na równię. Z III zasady dynamiki wynika, że beczka na równię działa siłą $\vec{F}_n$ o takiej samej wartości, lecz o przeciwnym zwrocie (siła $\vec{F}_n$ jest przyłożona do równi).

$$F_n = F_s,$$

z rysunku w punkcie 1.1 wynika, że

$$\frac{F_s}{F_g} = \cos\alpha, \quad F_s = F_g \cos\alpha, \quad F_n = mg\cos\alpha,$$

$$F_n = 100\,\text{kg} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$F_n \approx 870\,\text{N}.$$

Data utworzenia: 2008-07-03

1.3 (4 pkt)

Szukane: $v = ?$

Rozwiązanie:

Beczka wykonuje dwa ruchy: postępowy i obrotowy wokół własnej osi. Z zasady zachowania energii mechanicznej

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

gdzie ω jest wartością końcowej prędkości kątowej beczki w jej ruchu obrotowym wokół własnej osi, a v – wartością końcowej prędkości ruchu postępowego beczki. Ponieważ nie ma poślizgu, to szybkość ruchu postępowego jest równa szybkości liniowej ruchu obrotowego punktów na obwodzie beczki, tzn. $v = \omega \cdot r$.

Po podstawieniu $\omega = \frac{v}{r}$ oraz $I = \frac{1}{2}mr^2$ otrzymujemy

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{4}mr^2\frac{v^2}{r^2},$$

$$mgh = \frac{3}{4}mv^2,$$

$$v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}, \qquad v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1\mathrm{m}},$$

$$v \approx 3{,}65\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

1.4 (2 pkt)

Dane: $F_{op} = 50\ \mathrm{N}, \quad v = v_0 = 3{,}65\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Szukane: $s = ?$

Rozwiązanie:

Zmiana całkowitej energii kinetycznej beczki podczas ruchu po trawie jest równa pracy siły wypadkowej (która wykonuje pracę), a więc siły oporu $\vec{F}_{op}$. Siła tarcia statycznego w tym przypadku nie wykonuje pracy, bowiem w dalszym ciągu zakładamy, że ruch beczki odbywa się bez poślizgu.

$$0 - \left(\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}\right) = F_{op}s\cos 180°$$

$$-\frac{1}{2}\left(mv^2 + I\omega^2\right) = -F_{op}s$$

$$\frac{m}{2}\left(v^2 + \frac{r^2}{2}\frac{v^2}{r^2}\right) = F_{op}s, \qquad \text{bo } \omega = \frac{v}{r} \text{ (ruch bez poślizgu – patrz punkt 1.3)}$$

$$\frac{3}{4}mv^2 = F_{op}s, \qquad s = \frac{3mv^2}{4F_{op}}$$

$$s = \frac{3\cdot 100\,\mathrm{kg}\cdot(3{,}65)^2\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{200\,\mathrm{N}}, \qquad s = \frac{3}{2}(3{,}65)^2\,\mathrm{m}, \qquad s \approx 20\,\mathrm{m}.$$

1.5 (2 pkt)

Rozwiązanie:

Aby wyprowadzić wzór na wartość przyspieszenia kątowego beczki możemy postąpić następująco:

1) Zastosować II zasadę dynamiki dla ruchu postępowego i dla ruchu obrotowego beczki (różny od zera moment siły, który nadaje beczce przyspieszenie kątowe, ma tylko siła tarcia).

$$\begin{cases} mg\sin\alpha - F_t = ma \\ F_t r = \varepsilon\frac{1}{2}mr^2 \end{cases}$$

gdzie $a = \varepsilon r$, bo nie ma poślizgu.

$$\begin{cases} mg\sin\alpha - F_t = m\varepsilon r \\ 2F_t = \varepsilon mr \end{cases}$$

Jest to układ równań o niewiadomych: ε i F_t.

$$mg\sin\alpha = \frac{\varepsilon mr}{2} + \varepsilon mr, \qquad g\sin\alpha = \frac{3}{2}\varepsilon r$$

$$\varepsilon = \frac{2g\sin\alpha}{3r}.$$

Wzór ten pokazuje, że wartość przyspieszenia kątowego beczki nie zależy od jej masy, tak więc zamiana gipsu na cement nie spowoduje zmiany ε.

2) Jeśli mamy wyprowadzony wzór na wartość końcową prędkości beczki (punkt 1.3 zadania): $v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$, to możemy na jego podstawie znaleźć ogólny wzór na wartość przyspieszenia a w ruchu postępowym, a następnie skorzystać ze związku $\varepsilon = \frac{a}{r}$ (znamy bowiem także drogę przebytą przez beczkę):

$$\left.\begin{aligned} s &= \frac{at^2}{2} \\ v &= at \end{aligned}\right\} \Rightarrow t = \frac{v}{a}, \qquad s = \frac{a}{2}\cdot\frac{v^2}{a^2},$$

Data utworzenia:
2008-07-03

$$a = \frac{v^2}{2s}, \text{ gdzie } s = \frac{h}{\sin\alpha}, \qquad v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$$

$$a = \frac{\frac{4}{3}gh}{2\frac{h}{\sin\alpha}}, \qquad a = \frac{2}{3}g\sin\alpha,$$

$$\varepsilon = \frac{2g\sin\alpha}{3r}$$

Szczegółowe uwagi na temat zadania 1 zostały zamieszczone na stronie internetowej Wydawnictwa Zamkor.

Zadanie 2. Temperatura odczuwalna (12 pkt)

2.1 (1 pkt)

Rozwiązanie:

Z tabeli odczytujemy, że przy rzeczywistej temperaturze równej -15° C i szybkości wiatru $20\frac{\text{km}}{\text{h}}$ temperatura odczuwalna jest równa -25° C.

2.2 (2 pkt)

Rozwiązanie:

Z tabeli odczytujemy, że w temperaturze rzeczywistej równej -30° C już przy prędkości wiatru $40\frac{\text{km}}{\text{h}}$ temperatura odczuwalna może być niebezpieczna dla człowieka.

2.3 (2 pkt)

Rozwiązanie:

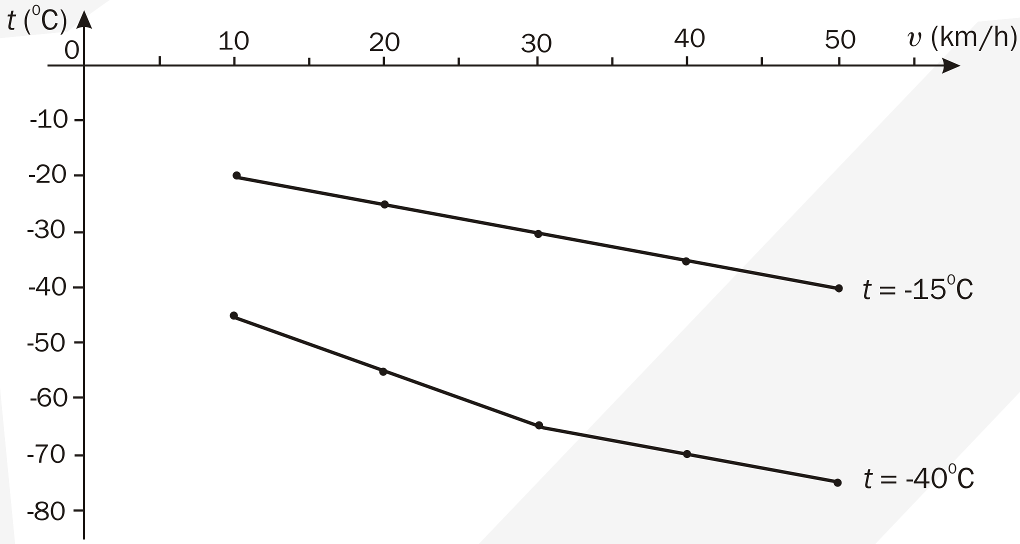
Dla $t_1 = -55^\circ$ C $\quad v_1 = 20\frac{\text{km}}{\text{h}}$,

dla $t_2 = -65^\circ$ C $\quad v_2 = 30\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Szukaną wartość prędkości wiatru możemy oszacować przez interpolację (jeśli założymy, że zależność jest liniowa). Temperatura odczuwalna $t = -60^\circ$ C jest średnią arytmetyczną z temperatur t_1 i t_2, zatem odpowiednia szybkość wiatru będzie także średnią arytmetyczną z v_1 i v_2

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{20 + 30}{2}\frac{\text{km}}{\text{h}} = 25\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

2.4 (5 pkt)



2.5 (2 pkt)

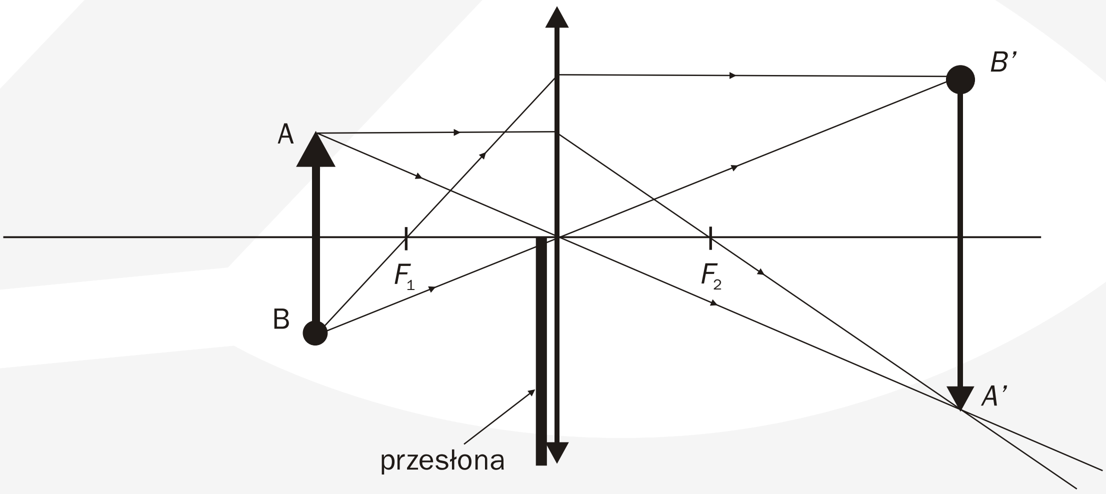
Rozwiązanie:

Ciało ludzkie na skutek promieniowania ogrzewa warstwę powietrza wokół swojej powierzchni. Jeśli przez wykonywanie ruchów nie usuwamy tej warstwy, to temperatura powietrza przy powierzchni ciała jest wyższa, zatem wyższa jest także temperatura odczuwalna.

Zadanie 3. Soczewki (*12 pkt*)

3.1 (2 pkt)

Rozwiązanie:



Data utworzenia:
2008-07-03

3.2 (4 pkt)

Rozwiązanie:

Jeśli obraz powstaje na ekranie w odległości l od przedmiotu, to musi być spełnione równanie

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{x}+\frac{1}{l-x},$$

$$\frac{1}{f}=\frac{l-x+x}{x(l-x)},$$

$$x(l-x)=fl,\quad x^2-lx+fl=0$$

warunkim istnienia dwóch różnych pierwiastków równania kwadratowego jest $\Delta > 0$.

$$\Delta = l^2-4fl>0,\ l(l-4f)>0,$$

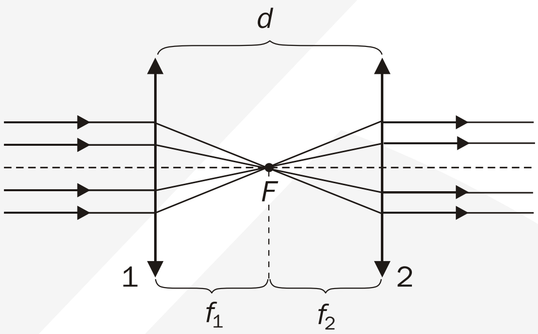
$$\text{czyli } l-4f>0,\ l>4f$$

3.3 (2 pkt)

Rozwiązanie:

Poniższy rysunek wskazuje, że średnica wiązki światła po przejściu przez układ soczewek nie ulega zmianie.

$$f_1=f_2=\frac{1}{20}\frac{1}{\mathrm{D}}=0{,}05\,\mathrm{m}$$



3.4 (4 pkt)

Dane: $Z_1=Z_2=10\,\mathrm{D}=10\frac{1}{\mathrm{m}}$, $\quad Z\approx Z_1+Z_2$, $\quad Z=Z_1+Z_2-d\cdot Z_1\cdot Z_2$;

Z_1 i Z_2 to zdolności skupiające soczewek tworzących układ, których środki znajdują się we wzajemnej odległości d, Z – zdolność skupiająca układu.

$Z_1=Z_2=20\,\mathrm{D}$, $\quad d=0{,}1\,\mathrm{m}$

Szukane: $\Delta Z=?$, $\frac{\Delta Z}{Z}=?$

Rozwiązanie:

Z – dokładnie obliczona wartość zdolności skupiającej układu,

Z' – zdolność skupiająca przybliżona.

$$Z=10\frac{1}{\mathrm{m}}+10\frac{1}{\mathrm{m}}-0{,}01\,\mathrm{m}\cdot 10\frac{1}{\mathrm{m}}\cdot 10\frac{1}{\mathrm{m}}=19\frac{1}{\mathrm{m}}=19\,\mathrm{D}$$

$$Z'=10\frac{1}{\mathrm{m}}+10\frac{1}{\mathrm{m}}=20\frac{1}{\mathrm{m}}=20\,\mathrm{D}$$

$$\Delta Z=Z'-Z=1\,\mathrm{D},$$

$$\frac{\Delta Z}{Z}\cdot 100\,\% = \frac{1}{19}\cdot 100\,\% \approx 5{,}3\,\%.$$

Zadanie 4. Żarówka (12 pkt)

Dane: $R_0 = 88{,}1\ \Omega$, $U_{sk} = 230\ \text{V}$, $I_{sk} = 261\,\text{mA}$, $R = 10R_0$, $R = R_0(1+\alpha\Delta T)$, $\alpha = 5\cdot 10^{-3}\,\text{K}^{-1}$

4.1 (2 pkt)

Szukane: $P = ?$

Rozwiązanie:

$$P = I_{sk}U_{sk},$$

$$P = 0{,}261\,\text{A}\cdot 230\,\text{V}, \qquad P = 60\,\text{W}.$$

4.2 (2 pkt)

Szukane: $I_{sk\ w\ 0^\circ\text{C}} = I_{sk\,0} = ?$

Rozwiązanie:

$$I_{sk\,0} = \frac{U_{sk}}{R_0},$$

$$I_{sk\,0} = \frac{230\,\text{V}}{88{,}1\,\Omega} = 2{,}61\,\text{A}.$$

4.3 (2 pkt)

Szukane: $\Delta T = ?$

Rozwiązanie:

$$R = R_0 + R_0\alpha\Delta T,$$

$$\Delta T = \frac{R - R_0}{R_0\alpha},$$

$$\Delta T = \frac{10R_0 - R_0}{R_0\alpha}, \qquad \Delta T = \frac{9}{\alpha},$$

$$\Delta T = \frac{9}{5\cdot 10^{-3}}\,\text{K} = 1{,}8\cdot 10^3\ \text{K}, \qquad \Delta T = 1800\,\text{K}.$$

4.4 (2 pkt)

Rozwiązanie:

Gdy żarówka jest zasilana prądem przemiennym, to jej włókno może wykonywać drgania.

Gdy żarówka jest zasilana prądem stałym, to jej włókno może się odchylić wskutek działania siły elektrodynamicznej.

Data utworzenia:
2008-07-03

4.5 (2 pkt)

Dane: $S = 8 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}^2$, $\rho_0 = 5 \cdot 10^{-8}\ \Omega\mathrm{m}$

Szukane: $l = ?$

Rozwiązanie:

$$R_0 = \rho_0 \frac{l}{S}, \qquad l = \frac{R_0 S}{\rho_0},$$

$$l = \frac{88{,}1\,\Omega \cdot 8 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}^2}{5 \cdot 10^{-8}\ \Omega\mathrm{m}}, \qquad l \approx 138 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}, \qquad l \approx 0{,}14\,\mathrm{m}.$$

4.6 (2 pkt)

Rozwiązanie:

Dodatnia wartość współczynnika α dla metali oznacza, że opór metali rośnie wraz ze wzrostem temperatury. W wyższej temperaturze drgania jonów sieci krystalicznej metalu stają się bardziej intensywne, co utrudnia uporządkowany ruch elektronów swobodnych.

Ujemna wartość współczynnika α dla półprzewodników oznacza, że opór półprzewodników maleje wraz ze wzrostem temperatury – wzrost temperatury półprzewodnika powoduje zwiększenie się liczby nośników prądu (elektronów i dziur).

Zadanie 5. Asteroida Apophis (12 pkt)

Dane: $M = 8 \cdot 10^{10}\,\mathrm{kg}$, $v = 13\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$, $2r = 390\,\mathrm{m}$

5.1 (1 pkt)

Szukane: $a_g = ?$

Rozwiązanie:

$$ma_g = \frac{GMm}{r^2}, \qquad (m \text{ – masa dowolnego ciała na asteroidzie}).$$

$$a_g = \frac{GM}{r^2},$$

$$a_g = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot 8 \cdot 10^{10}\,\mathrm{kg}}{\left(\frac{390}{2}\right)^2 \mathrm{m}^2} = \frac{6{,}67 \cdot 8 \cdot 10^{-1}}{(195)^2}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}},$$

$$a_g = 1{,}4 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Data utworzenia:
2008-07-03

5.2 (3 pkt)

Rozwiązanie:

Wartość prędkości liniowej asteroidy w jej ruchu wokół Słońca jest najmniejsza w aphelium. Wynika to z drugiego prawa Keplera: „Pola zakreślone przez promień wodzący asteroidy (łączący jej środek ze środkiem Słońca) w jednakowych odstępach czasu są jednakowe”.

5.3 (3 pkt)

Dane: $T_Z = 365$ dni, $r_Z = 1\text{ AU} = 15 \cdot 10^{10}$ m, $r_A = 0{,}922$ AU

Szukane: $T_A = ?$

Rozwiązanie:

$$\frac{T_A^2}{T_Z^2} = \frac{r_A^3}{r_Z^3},$$

$$T_A^2 = T_Z^2 \left(\frac{r_A}{r_Z}\right)^3, \qquad T_A = T_Z \sqrt{\left(\frac{r_A}{r_Z}\right)^3},$$

$$T_A = 365\text{ dni} \cdot \sqrt{\left(\frac{0{,}922}{1}\right)^3}, \qquad T_A = 323\text{ dni}.$$

5.4 (2 pkt)

Szukane: $\upsilon_I = ?$

Rozwiązanie:

W ruchu satelity o masie *m* wokół asteroidy siłę dośrodkową stanowi siła grawitacji.

$$\frac{m\upsilon_I^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}, \qquad \upsilon_I = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\upsilon_I = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 8 \cdot 10^{10}\,\text{kg}}{\frac{390}{2}\,\text{m}}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 8}{195} \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg}}}$$

$$\upsilon_I = \sqrt{\frac{53{,}36}{195} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{kg}}},$$

$$\upsilon_I \approx 0{,}165 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5.5 (*3 pkt*)

Dane: $1\text{ MT} \approx 4 \cdot 10^{15}$ J

Szukane: $E = ?$

Data utworzenia:
2008-07-03

Rozwiązanie:

Asteroida podczas zderzenia z Ziemią traci swa energię kinetyczną

$$E = \frac{Mv^2}{2},$$

$$E = \frac{8 \cdot 10^{10}\,\mathrm{kg} \cdot \left(13 \cdot 10^3\right)^2 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{2}, \qquad E = 4 \cdot 169 \cdot 10^{16}\ \mathrm{J}, \qquad E = 6{,}76 \cdot 10^{18}\ \mathrm{J}.$$

$$1\,\mathrm{J} = \frac{1}{4 \cdot 10^{15}}\,\mathrm{MT} = 0{,}25 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{MT}$$

$$E = 6{,}76 \cdot 10^{18} \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{MT}, \qquad E = 1{,}69 \cdot 10^{3}\ \mathrm{MT}.$$